Deutsche Zeitschrift für gerichtliche Medizin, Bd. 44, S. 196—203 (1955).

Aus dem Institut für Gerichtliche Medizin der Universität Bonn
(Direktor: Prof. Dr. med. H. ELBEL).

Beitrag zum „positiven“ Vaterschaftsnachweis mit den bekannten Blutgruppensystemen.

Von

H. ELBEL und K. SELLIER.

Mit 2 Textabbildungen.

Zur Mitverwertung im erbbiologischen Gutachten (WICHMANN), im Feststellungsverfahren, in der Strafrechtspflege, aber in zunehmendem Maße auch im Unterhalts- und Anfechtungsprozeß ist es oft notwendig, aus Blutgruppenbefunden Wahrscheinlichkeitschlüsse auf eine fragliche Vaterschaft zu ziehen. Bekanntlich benutzt man dazu die Tabellen von ESSEN-MOELLER. Sie bedürfen nach dem heutigen Stand der Blutgruppenserologie einer Ergänzung. Dabei kommt es nicht auf den absoluten negativen Beweiswert der neuen Systeme („offenbar unmöglich“) an, wie er den Untergruppen von A jetzt zuerkannt werden muß, sondern auf die Anwendung möglichst vieler und zumindest für Wahrscheinlichkeitsschlüsse genügend gesicherter Systeme.

Wir haben es daher für zweckmäßig gehalten, für den praktischen Gebrauch eine Erweiterung der ESSEN-MOELLERschen Tabelle vorzunehmen. Damit man nicht für M und N eine gesonderte Unterlage benutzen muß, haben wir auch diese Zahlen unter Zugrundelegung der neuesten, für Westeuropa geltenden Genhäufigkeiten aufgenommen, obwohl sie in etwas anderer Form schon bei ESSEN-MOELLER stehen. Bei dem Rhesussystem sind die mathematischen Grundlagen für die Faktoren C/c und E/e gleich, für das D/d-System mußte eine gesonderte kleine Liste angefertigt werden.

Für die Kombination mehrerer Wahrscheinlichkeiten benutzt man bekanntlich die Formel:

$$W_1 = \frac{1}{1+\frac{y_1}{x_1}},$$

$$W_{1,2} = \frac{1}{1+\frac{y_1}{x_1}\cdot\frac{y_2}{x_2}},$$

$$W_{1,2,3} = \frac{1}{1+\frac{y_1}{x_1}\cdot\frac{y_2}{x_2}\cdot\frac{y_3}{x_3}} \qquad \text{usw.}$$

Um sich die Berechnung im Einzelfalle zu ersparen, kann man eine graphische Tafel benutzen, die wir unten abbilden. Es dürfte zweck-

Tabelle 1.

Genhäufigkeiten: $r = 0{,}660$, $p_1 = 0{,}209$, $p_2 = 0{,}069$, $q = 0{,}062$.

Kind	Mutter	Vater	X	Y/X	W %
0	0	0	r	r	60,6
	A_1, A_2	A_1	p_1	$p_1 + 2p_2 + 2r$	37,4
	B	A_2	p_2	$p_2 + 2r$	41,8
		A_1B, A_2B	0	∞	0
		B	q	$q + 2r$	42,0
A_1	0, A_2, A_2B, B	0, A_2, A_2B, B	0	∞	0
		A_1	$r + p_1 + p_2$	$p_1\left(1 + \frac{r + p_2}{r + p_1 + p_2}\right)$	72,8
		A_1B	q	$2p_1$	70,5
	A_1	0	$\frac{r^2}{N}(r + p_1 + p_2)$	$r + p_1 + p_2 + p_1\frac{r + p_2}{p_1 + p_2 + r}$	47,6
		A_1	$\frac{p_1}{N}(r + p_1 + p_2) \times (p_1 + 3p_2 + 3r)$	$\frac{N}{p_1 + 3p_2 + 3r} \times \left(1 + \frac{p_2 + r}{p_1 + p_2 + r}\right)$	55,4
		A_2	$\frac{p_2}{N}(r + p_1 + p_2) \times (2r + p_2)$	$\frac{N}{r + p_1 + p_2}$	47,6
		A_1B	$\frac{p_1 q}{N}(p_1 + 2p_2 + 2r)$	$\frac{2N}{p_1 + 2p_2 + 2r}$	44,8
		A_2B	$\frac{p_2 q}{N}(r + p_1 + p_2)$	$\frac{2N}{r + p_1 + p_2}$	31,3
		B	$\frac{rq}{N}(r + p_1 + p_2)$; $\underline{N = (r + p_1 + p_2)^2 + p_1(p_2 + r)}$	$\frac{N}{r} \cdot \frac{q + 2r}{r + p_1 + p_2}$	30,3
	A_1B	0	$\frac{r^2}{N}$	N	51,5
		A_1	$\frac{p_1}{N}(p_1 + p_2 + 2r)$	$N\left(1 + \frac{p_2}{N}\right)$	49,8
		A_2	$\frac{p_2}{N}(p_2 + 2r)$	N; $\underline{N = p_1 + p_2 + r}$	51,5
		A_1B	$\frac{p_1 q}{N}$	$2N$	34,7
		A_2B	$\frac{p_2 q}{N}$	$2N$	34,7
		B	$\frac{1}{N} q \cdot r$	$\frac{N}{r}(q + 2r)$	33,5

Tabelle 1. (Fortsetzung.)

Kind	Mutter	Vater	X	Y/X	W %
A_2	0, B	0, B	0	∞	0
		A_1	p_1	$p_1 + 2p_2 + 2r$	37,4
		A_2	$r + p_2$	$p_2\left(1+\frac{r}{r+p_2}\right)$	88,2
		A_1B	0	∞	0
		A_2B	q	$2p_2$	87,7
	A_1	0	$\frac{r^2}{2r+p_2}$	$2r + p_2$	41,8
		A_1	p_1	$p_1 + 2p_2 + 2r$	37,4
		A_2	$\frac{(r+p_2)^2 + rp_2}{2r+p_2}$	$\frac{(p_2+2r)^2 \cdot p_2}{(r+p_2)^2 + rp_2}$	82,0
		A_1B	0	∞	0
		A_2B	$q\frac{r+p_2}{2r+p_2}$	$2p_2\left(1+\frac{r}{r+p_2}\right)$	79,2
		B	$q\frac{r}{2r+p_2}$	$\frac{1}{r}(q+2r)(2r+p_2)$	25,6
	A_2	0	$\frac{r^2}{N}(r+p_2)$	$\left(r + p_2 + \frac{p_2 r}{r+p_2}\right)$	55,8
		A_1	p_1	$p_1 + 2p_2 + 2r$	37,4
		A_2	$\frac{1}{N}p_2(3r+p_2)(r+p_2)$	$\frac{N(p_2+2r)}{(3r+p_2)\cdot(r+p_2)}$	65,0
		A_1B	0	∞	0
		A_2B	$\frac{1}{N}p_2 q(2r+p_2)$	$\frac{2N}{2r+p_2}$	54,5
		B	$\frac{1}{N}rq(r+p_2)$	$\frac{N(q+2r)}{r(r+p_2)}$	37,4
			$N = (r+p_2)^2 + rp_2$		
	A_2B	0	$\frac{r^2}{r+p_2}$	$r + p_2$	57,8
		A_1	p_1	$p_1 + 2p_2 + 2r$	37,4
		A_2	$p_2\left(1+\frac{r}{r+p_2}\right)$	$r + p_2$	57,8
		A_1B	0	∞	0
		A_2B	$\frac{p_2 q}{r+p_2}$	$2(r+p_2)$	40,6
		B	$\frac{qr}{r+p_2}$	$\frac{r+p_2}{r}(q+2r)$	39,6

Tabelle 1. (Fortsetzung.)

Kind	Mutter	Vater	X	Y/X	W %
A_1B	A_1	0 A_1 A_2	0	∞	0
		A_1B	p_1	$2q$	89,0
		A_2B	p_2	$2q$	89,0
		B	$q+r$	$q\left(1+\frac{r}{r+q}\right)$	89,5
	A_1B	0	0	∞	0
		A_1	$p_1\frac{r+p_1+p_2}{p_1+q}$	$(p_1+q)\left(1+\frac{r+p_2}{r+p_1+p_2}\right)$	67,5
		A_2	0	∞	0
		A_1B	$\frac{2p_1q}{p_1+q}$	p_1+q	78,7
		A_2B	$\frac{p_2q}{p_1+q}$	$2(p_1+q)$	64,9
		B	$q\frac{q+r}{p_1+q}$	$(p_1+q)\left(1+\frac{r}{q+r}\right)$	65,8
	A_2B B	0 A_2 A_2B B	0	∞	0
		A_1	$r+p_1+p_2$	$p_1\left(1+\frac{r+p_2}{p_1+p_2+r}\right)$	72,8
		A_1B	q	$2p_1$	70,5
A_2B	A_1, A_2	0 A_1, A_2	0	∞	0
		A_1B	p_1	$2q$	89,0
		A_2B	p_2	$2q$	89,0
		B	$q+r$	$q\left(1+\frac{r}{r+q}\right)$	89,5
	A_1B	0 A_1B B	0	∞	0
		A_1	p_1	p_1+2p_2+2r	37,5
		A_2	$r+p_2$	$p_2\left(1+\frac{r}{r+p_2}\right)$	88,3
		A_2B	q	$2p_2$	87,7

Tabelle 1. (Fortsetzung.)

Kind	Mutter	Vater	X	Y/X	W %
B	B	0	$\frac{1}{N} r^2 (r+q)$	$r+q+\frac{qr}{r+q}$	56,2
		A_1	$\frac{1}{N} r p_1 (q+r)$	$(p_1+2p_2+2r)\left(\frac{r+q}{r}+\frac{q}{q+r}\right)$	33,6
		A_2	$\frac{1}{N} r p_2 (q+r)$	$(p_2+2r)\left(\frac{r+q}{r}+\frac{q}{q+r}\right)$	37,9
		A_1B	$\frac{1}{N} p_1 q(q+2r)$	$2\frac{N}{q+2r}$	54,9
		A_2B	$\frac{1}{N} p_2 q(q+2r)$	$2\frac{N}{q+2r}$	54,9
		B	$\frac{q}{N}(q+r)(q+3r)$ $N=r^2+q^2+3qr$	$N\frac{q+2r}{(q+r)(q+3r)}$	65,4
	A_1B A_2B	0	$\frac{r^2}{q+r}$	$q+r$	58,1
		A_1	$\frac{p_1 r}{q+r}$	$\frac{q+r}{r}(p_1+2p_2+2r)$	35,2
		A_2	$\frac{p_2 r}{q+r}$	$\frac{q+r}{r}(p_2+2r)$	39,6
		A_1B	$\frac{p_1 q}{q+r}$	$2(q+r)$	40,9
		A_2B	$\frac{p_2 q}{q+r}$	$2(q+r)$	40,9
		B	$q\frac{q+2r}{q+r}$	$q+r$	58,1
	0 A_1, A_2	0 A_1,A_2	$\left.\right\}$ 0	∞	0
		A_1B	p_1	$2q$	89,0
		A_2B	p_2	$2q$	89,0
		B	$q+r$	$q\left(1+\frac{r}{q+r}\right)$	89,5

mäßig sein, schon aus Gründen der Genauigkeit eine Reproduktion der Tafel in der Größe DIN A 3 anzufertigen. Das Prinzip der Schablone ist folgendes: Die Leiter $W_{1,2}$ hat gleichen Abstand von Leiter W_1 und W_2, ebenso $W_{1,2,3}$ von $W_{1,2}$ und W_3. In der Mitte jeder Leiter befindet sich der 0-Punkt der Zählung. Es wurden dann die Logarithmen der y/x-Werte nach oben und nach unten aufgetragen. Am Fußpunkt der Leiter W_1 liegt $\log y/x = -1$ ($y/x = 0{,}1$, $W = 99\%$). Am oberen Ende der Leiter W_1 liegt $\log y/x = +1$ ($y/x = 10$, $W = 9\%$). Genau so wurde bei Leiter W_2 verfahren. Die Leiter $W_{1,2}$ hat die Hälfte des Maßstabes der Leitern W_1 und W_2. Ihr Fußpunkt entspricht also $\log y/x = -2$ oder $W = 99\%$. Am oberen Ende liegt $\log y/x = +2$ oder $W = 0{,}99\%$. Die Leiter $W_{1,2,3}$ hat $^1/_4$ des Maßstabes von W_1 und W_2, an ihrem Fußpunkt liegt also $\log y/x = -4$ oder $W = 99{,}99\%$, an ihrem oberen Ende $\log y/x = +4$ oder $W = 0{,}0099\%$.

Auf den Leitern sind jeweils nur die direkt ablesbaren Wahrscheinlichkeiten eingetragen. Das Prinzip geht aus der beigefügten Abb. 1 hervor. Natürlich würden auch 3 Leitern für die Kombination beliebig vieler Merkmale genügen, in dem man den Kombinationswert aus den beiden ersten Merkmalen ($W_{1,2}$)

Tabelle 2.

Genhäufigkeiten: für M: $A = 0{,}532$,
für N: $a = 0{,}486$

Kind	Mutter	Vater	X	Y/X	W %
M	M, MN	M	A	A	65,5
		MN	a	$2A$	48,7
		N	0	∞	0
MN	M	M	0	∞	0
		MN	A	$2a$	51,8
		N	a	a	68,4
	MN	M	A^2	1	50
		MN	$2Aa$	1	50
		N	a^2	1	50
	N	M	A	A	65,5
		MN	a	$2A$	48,7
		N	0	∞	0
N	MN, N	M	0	∞	0
		MN	A	$2a$	51,8
		N	a	a	68,4

Tabelle 3.

Genhäufigkeiten: C: $A = 0{,}43$, c: $a = 0{,}57$, E: $A = 0{,}16$, e: $a = 0{,}84$.

Kind	Mutter	Vater	X	Y/X	Cc		Ee	
					Y/X	W %	Y/X	W %
CC	$\{CC, Cc\}$	CC	A	A	0,43	70	0,16	96
		Cc	a	$2A$	0,86	53	0,32	75
		cc	0	∞	∞	0	∞	0
Cc	CC	CC	0	∞	∞	0	∞	0
		Cc	A	$2a$	1,14	46,7	1,68	37,3
		cc	a	a	0,57	63,6	0,84	54,3
	Cc	CC	A^2	1	1	50	1	50
		Cc	$2Aa$	1	1	50	1	50
		cc	a^2	1	1	50	1	50
	cc	CC	A	A	0,43	70	0,16	96,2
		Cc	a	$2A$	0,86	53,7	0,32	75,7
		cc	0	∞	∞	0	∞	0
cc	$\{Cc, cc\}$	CC	0	∞	∞	0	∞	∞
		Cc	A	$2a$	1,14	46,7	1,68	37,3
		cc	a	a	0,57	63,6	0,84	54,3

Tabelle 4. *D-D⁻-System.*
Genhäufigkeiten: für D^+: $A = 0{,}59$, für D^-: $a = 0{,}41$.

Kind	Mutter	Vater	X	Y/X	Y/X	W %
D	D	D	$A\dfrac{1+2a}{1+Aa}$	$\dfrac{(1+a)(1+Aa)}{1+2a}$	0,96	51,0
		D^-	$\dfrac{a^2}{1+Aa}$	$1+Aa$	1,24	44,6
	D^-	D	1	$A(1+a)$	0,83	54,6
		D^-	0	∞	∞	0
D^-	D, D^-	D	A	$1+a$	1,41	41,5
		D^-	a	a	0,41	70,8

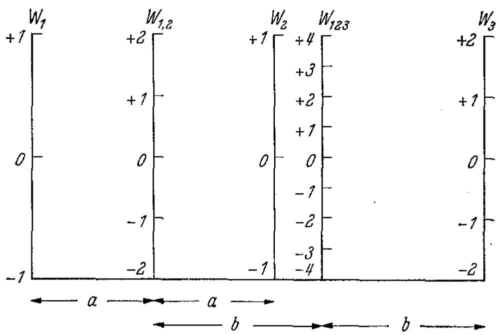

Abb. 1. Zur Konstruktion der Leitertafel. An die Leitern sind die Logarithmen der Y/X-Werte angeschrieben.

$\log Y/X$	Y/X	$W = \dfrac{1}{1+Y/X}$
—4	0,0001	99,99 %
—3	0,001	99,9 %
—2	0,01	99 %
—1	0,1	90,9 %
0	1,0	50 %
+1	10	9,1 %
+2	100	0,9 %
+3	1000	0,1 %
+4	10000	0,01 %

nun wieder als W_1 nimmt, daß dritte Merkmal als W_2 und so fort. Die Leitern W_3 und $W_{1,2,3}$ dienen der Erhöhung der Genauigkeit bei den so wichtigen geringen und hohen Wahrscheinlichkeiten. Man benutzt also bei allen Wahrscheinlichkeiten über 95% und unter 1% besser $W_{1,2}$ und W_3. Bei der Unsicherheit der Genzahlen muß man sich allerdings darüber klar sein, daß es sich bis zu einem gewissen Grade in den Randgebieten um Scheingenauigkeiten handelt.

Will man sich die Schablone selbst anfertigen, so braucht man sich zunächst nur die Leitern W_1 und W_2 zu zeichnen. Man legt dann ein Lineal an die W_1-Leiter bei 50% an, an die W_2-Leiter bei den verschiedenen anderen Wahrscheinlichkeiten. Das Lineal dreht sich dabei um $W_1 = 50\%$. Am Schnittpunkt des Lineals mit der $W_{1,2}$-Leiter liegt dann die resultierende Wahrscheinlichkeit, nämlich, wenn $W_1 = 50\%$ ist, immer der Wert von W_2. Diese Konstruktion ist leicht einzusehen, denn eine Wahrscheinlichkeit von 50% muß ja in Kombination mit jeder beliebigen zweiten Wahrscheinlichkeit stets als Resultierende diese zweite Wahrscheinlichkeit ergeben. Die Werte der $W_{1,2}$-Leiter unterhalb von 10 und oberhalb von 90 muß man berechnen, weil die geometrische Ermittlung zu ungenau ist. Nach Fertigstellung der Teilung der Leiter $W_{1,2}$ überträgt man diese auf W_3. Die $W_{1,2,3}$-Leiter entsteht dann aus $W_{1,2}$ und aus W_3 auf die gleiche Weise, wie $W_{1,2}$ aus W_1 und W_2.

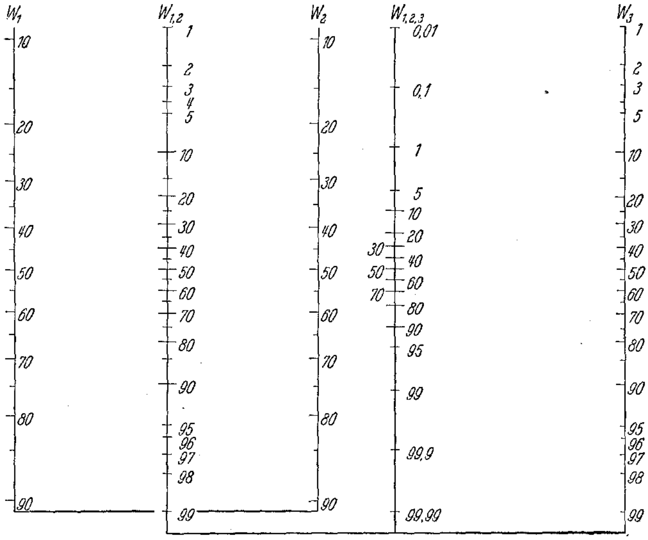

Abb. 2.

Die Anwendung ist sehr einfach: Man nimmt ein (nach Möglichkeit durchsichtiges) Lineal und legt es an der Leiter W_1 bei jenem W-Wert an, den man aus der Tabelle entnommen hat. Ebenso verfahre man mit dem zweiten Wahrscheinlichkeitswert bei Leiter 2. Der Schnittpunkt des Lineals mit der $W_{1,2}$-Leiter ist dann das Ergebnis der Kombinationen W_1 und W_2. Soll noch ein dritter Wahrscheinlichkeitswert damit kombiniert werden, so kann man entweder den gefundenen $W_{1,2}$-Wert mit der dritten Wahrscheinlichkeit von W_3 verbinden und das Resultat an dem Schnittpunkt des Lineals mit $W_{1,2,3}$ ablesen. Dieses Verfahren wird die Regel sein, weil man bei Kombination von 3 Merkmalen oft schon zu sehr hohen oder sehr geringen Werten gelangt. Ist der erste Kombinationswert nicht sehr signifikant, dann arbeitet man genauer, wenn man bei der Kombination von $W_{1,2}$ mit W_3 wieder zu den Leitern W_1 und W_2 zurückkehrt. Man kann auf diese Weise beliebig viele Merkmale ohne lange Rechenarbeit mathematisch kombinieren.

Literatur.

ESSEN-MOELLER, E.: Mitt. anthrop. Ges. Wien **68** (1938). — WICHMANN, D.: Erfahrungen mit der ESSEN-MÖLLERschen Formel bei der erbbiologischen Vaterschaftsbegutachtung. Acta genet. et statist. med. (Basel) **3**, 4 (1952).

Prof. Dr. med. H. ELBEL, Bonn, Institut für Gerichtl. Medizin.